

## 研究主題 「数直線を用いて数学的な考え方を身に付ける指導の工夫

### —指導内容の系統性に焦点を当てて—

東京都教職員研修センター研修部専門研修課  
 西東京市立柳沢小学校 教諭 浅野あい子

#### I 研究のねらい

「平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査」（文部科学省）、平成16年度「児童・生徒の学力向上を図るための調査」（東京都教育委員会）の結果から、児童の学力は読解力、思考力、表現力に課題があることが指摘された。算数の「数と計算」領域における学習では、立式や計算の根拠について児童が自ら考え解決する学習を通して、思考力や表現力を高め、数学的な考え方を身に付けさせることが必要であると考えられる。

このような自ら考え解決する自力解決の場面で用いる解決方法の一つが数直線である。学習指導要領では、数直線という用語は第4学年で指導することになっているが、数直線を用いて数に関する指導を行うのは第1学年からであり、小学校全学年での学習を経て中学校数学の負の数の学習につながっていく。そこで本研究では、児童が自ら考え解決する学習場面において数直線を用いることが数学的な考え方を身に付けることにつながると考え、「数と計算」領域における数直線を用いて考える指導の在り方について明らかにすることとした。

#### II 研究の内容と方法

**【研究仮説】**数直線を用いて考える指導を通して、数学的な考え方を育てることができるだろう。具体的には、次のような指導の工夫を行うことである。①数直線の指導を通してどのような数学的な考え方が育つのかを踏まえたうえで、数直線を用いて考える問題解決的な学習を行うこと ②数直線の指導の系統性を踏まえて指導を行うこと ③問題解決の場面で、児童の実態や学習状況を踏まえた適切な指導を行うこと

<b>【基礎研究】</b> ○数直線を用いて身に付く数学的な考え方と、数直線を用いることの有効性の分析 ○全6社の教科書の分析並びに分析結果を踏まえた「数直線指導内容系統表」の作成	<b>【調査研究】</b> ○算数を指導している教師を対象にした、数直線指導に関する意識並びに指導の実態に関する調査	<b>【実践研究】</b> 検証授業の視点 ○数直線を用いることが数学的な考え方を身に付けることにつながる ○「数直線指導内容系統表」の妥当性 ○指導の工夫
--	---	---

#### III 研究の結果と考察

##### 1 基礎研究

文献及び先行研究等により、次の内容を明らかにした。

##### (1) 数直線を用いて身に付く数学的な考え方

「数の意味や表し方」、「乗除法の式の意味」、「計算の根拠」のそれぞれの学習において、数直線を用いて身に付く数学的な考え方は、次の4点ととらえた。

○すべての数は同じ系列の中に位置付けられる。

○整数、小数、分数の相互関係について数直線に表された0からの距離の大小によって数の大きさや大小をとらえる。

○表された数を、一つの数としてとらえる。

○数量の大きさを、単位の大きさに着目して考える。

例)第4学年「分数」導入の学習から第6学年「分数のかけ算わり算」への流れ

①分割  
2/3とは、1/3等分した2つ分の大きさ」を表すこと

②量としての大きさ  
2/3mと量の単位(m)を付け、「1mを3つに分けた2つ分」の大きさを表すこと

③数直線に表して考える  
数としての分数  
「2/3という数」であること  
・「1よりも1/3少ない」  
・「1/3の2倍である」

第6学年「分数のかけ算わり算」へ

##### (2) 問題解決の過程において数直線を用いることの有効性

- 判断や説明の根拠として用いられる。
- 問題場面を把握したり、解決の見通しを立てたりする助けとなる。
- 数の性質や数の関係、法則を発見する助けとなる。
- 概念、原理、法則などの意味の理解の助けとなる。

児童が学習内容に対する理解を深め、数学的な考え方を身に付けるためには、左記の内容の有効性が十分発揮されるような指導の工夫を行うことが必要であると考えた。

### (3) 数直線指導内容系統表の作成

小学校算数の全6社の教科書における数直線の取り扱われ方の調査を行った。その結果、「数の意味と数の表し方」の指導においては第1学年から、「式の意味」の指導においては第3学年から、「計算の根拠」の指導においては第5・6学年でそれぞれ取り扱われていることが分

図1 指導内容系統表並びにワークシート例の活用例(第3学年「わり算」)

クッキーが20あります。4人で同じ数ずつ分けると、1人分は何こになりますか。

□ × 4 = 20  
 □ = 20 ÷ 4  
 = 5 答え 5こ

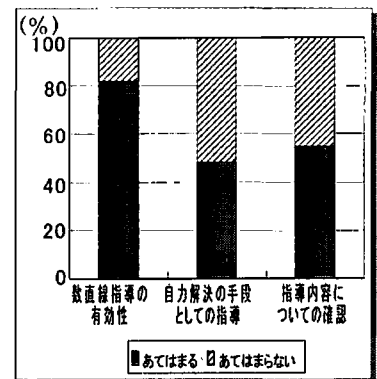
- ・「×4」の「4」は「4人」ではなく「何倍」「何人分」に当たる数であることを指導する。
- ・このことを踏まえ、除法の式と計算の仕方を考える段階でも、 $\frac{20}{4}$ は「わる4人」ではなく「4等分する」意味であることを指導する。
- 上記のような指導を行うことにより、数直線に表された数を「量」ではなく「割合」としてとらえる基礎が身に付き、数直線を用いて数の関係を的確にとらえることにつながると考える。

かった。分析結果を基に、「数直線指導内容系統表」を作成し、発達段階を踏まえた指導上の留意点を併記した(図1)。この結果、「数の意味と数の表し方」から「乗法・除法の式の意味」、「計算の根拠」へと、指導内容が全学年にわたって系統的に位置付けられていることが明らかになった。

## 2 調査研究

算数を指導している教師 233 人を対象に、数直線の指導に関する意識並びに指導の実態に関する調査を行った。調査の結果から、数直線を用いた指導が数学的な考え方を身に付けるために有効であると考えている割合に対して、数直線を用いた指導内容を確認してから指導を行っている割合や、自力解決の一つの方法として数直線を指導している割合は低いことが分かった(図2)。このことから、数直線を用いた指導が数学的な考え方を身に付けさせるためになぜ有効なのか、どの発達段階でどのように指導に取り入れればよいかを明らかにする必要があると考えた。

図2 数直線の指導について



## 3 実践研究

第4学年「分数」、第5学年「小数のわり算」、第6学年「分数のかけ算とわり算」において、数直線を用いた授業の観察を行った。児童の反応やノートの記述から、整数のわり算と関連付けて考え立式する、1より小さい小数で割ると商が被除数よりも大きくなる、数直線に表された数の関係から問題の場面をとらえるなど、自力解決の場面で数直線を用いることが児童の数学的な考え方を引き出すことにつながることが分かった(図3)。また、「分数のかけ算とわり算」では、多くの児童が第4学年「分数」の学習を思い出しながら解決に取り組んでいたことから、「数直線指導内容系統表」に位置付けた「数の意味と数の表し方」、「乗法・除法の式の意味」、「計算の根拠」の指導内容の系統性を十分に踏まえたうえで指導を行うことが必要であることが分かった。

図3 授業観察における児童の反応やノートの記述

第5学年「小数のわり算」

0 240 □ (円)

0 0.8 1 (m)

式  $240 \div 0.8 = 300$

答えは240よりも大きくなりそうだ。

数直線に表すことで、  
 ①既習事項を活用して立式することができた。  
 ②商が被除数よりも大きくなるという見通しをもつことができた。

第6学年「分数のかけ算とわり算」

ジュースと牛乳があります。ジュースの量は $\frac{6}{5}$ ℓで、これは牛乳の量の $\frac{4}{3}$ にあたります。牛乳は何ℓありますか。

$\frac{4}{3}$  ということは、1よりも大きい。1の $\frac{4}{3}$ 倍ということだな…。

0 □  $\frac{6}{5}$  (ℓ)

0 1  $\frac{4}{3}$  (倍)

式  $\square \times \frac{4}{3} = \frac{6}{5}$

$\square = \frac{6}{5} \div \frac{4}{3} = \frac{9}{10}$

「分数の意味と表し方」での学習内容  
 ①1を基準としたときの分数の大きさ  
 ②分数を一つの数としてとらえること  
 を活用して解決に取り組むことができた。

第3学年「わり算」及び「かけ算の筆算」において検証授業を実施した。

表1

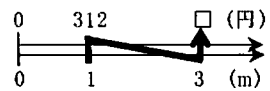
	「わり算」(7月・10月)	「かけ算の筆算」(11月)				
内容	○数直線のかき方 ○数直線に表された 1つ分の大きさ×(いくつ分) というかけ算の意味と関連付けて除法の意味理解を深める。	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">                     ○<b>1つ分の大きさ</b>×(いくつ分)という乗法の意味を基に立式し、計算の仕方を考える(数直線、図等の活用)。                      ○筆算形式による計算の仕方を身に付ける。                 </div>				
		<b>第4時</b> 1辺が16cmの正方形があります。まわりの長さは何cmですか。	<b>第5時</b> 25歳×1位数の計算習熟	<b>第6時</b> 子どもが4人います。カードを29まいずつもっています。カードは全部で何まいあるでしょうか。	<b>第7時</b> 300×5の計算のしかたを考えましょう。	<b>第8時</b> リボンを3m買いました。1mのねだんは312円です。代金はいくらですか。
指導の工夫	・数直線のかき方の手順を示したカードの提示。 ・目盛りをふっていない数直線をのせたワークシートの活用。	・自力解決の場面における数直線を用いた個に応じた指導。	・課題提示の工夫。 ・自力解決の場面における数直線を用いた個に応じた指導。 ・検討場面での数直線の活用。	・自力解決の場面における数直線を用いた個に応じた指導。 ・検討場面での数直線の活用。	・課題提示の工夫。 ・自力解決の場面における数直線を用いた個に応じた指導。 ・検討場面での数直線の活用。	
結果	・本単元2時間の中で自分の力で問題場面を数直線に表し立式できた児童は1人であった。第2時では、かき方を確認しながら全体指導を行った。 ・数直線を用いることよさ(肯定的な意見)を感想として書いた児童は32人中3人であった。	・6人が立式できなかった。問題文に変化をつける問題場面をとらえにくくなるのが分かった。問題場面を的確にとらえる視点を身に付けさせるための課題提示の工夫が必要であることが明らかになった。 ・検討場面での数直線の活用が十分でなかったという課題が残った。	・かけ算の意味についての理解を児童自身が振り返られるよう、本時では「何人分」「1人分の数」の順序で問題場面を構成した。	・第1時の既習事項20×5を活用してほとんどの児童が答えを導き出した。 ・式が適切だったかを確認するために数直線を活用した児童は23人中14人であった。	・問題文の数字を「いくつ分」「1つ分の大きさ」の順番に変えて出題したが、今回は全員が正しく立式できた。	
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <b>第8時の学習</b>                      1を始点に矢印の順にかけ算の式が成り立つ(既習事項)ことを活用して立式する。                 </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  <p>0      312      □ (円)                      0      1      3 (m)                      312×3=□、□=936 答え 936円</p> </div>				

表1に示した指導の工夫を行うことで、式の意味に基づいて問題の場面を的確にとらえるという点での指導の効果と、検討場面での数直線の活用の有効性が明らかになった。

(1) 指導の工夫と児童の変容

「かけ算の筆算」では、事前の授業観察をもとに、3人の児童の変容を追った。

表2

	A児	B児	C児
授業前	課題解決に対する見通しをもつことが苦手な傾向があり、解決になかなかふみきれない。	計算の方法を知っており、問題場面に示された数字の順番を基に立式し、答えを導き出すことを急ぐ傾向が強い。	問題場面に示された数の関係をすすんで数直線に表し、そのうえで立式しようとする。
経過・授業後	○第6時の自力解決での個に応じた指導の場面では、すぐにヒントをもらいにきた。問題の場面を一緒に数直線上に表し、式を考えさせた。その結果「1人分の大きさ×何人分」という乗法の意味に気付くことができた。 ○第7時では、初めて数直線を用いて立式した。個に応じた指導の場面でもヒントをもらいにくくはなく、立式することができた。またこれまでの学習を生かして、答えを導き出すことができた。 ○第8時では、ヒントをもらいにきた上うえで、数直線の続きを自分でかき解決に取り組んだ。 <第7時の感想>数直線にかくのはむずかしくなかった。	○学習を通して、図や数直線は使わず立式し、学習する前から筆算を活用していた。 ○第6時では、問題に出てくる順番で4×29と立式した(B児も含め7人)。検討場面で29×4と2通りの式が示されると「どっちでもいいんじゃないかな。」と言っていた。しかし、検討場面においてA児の書いた数直線をもとに全員で式の意味を確認すると、「そうか、1つ分の大きさ×いくつ分の順番だ!」とつぶやいた。数直線を用いて問題場面を見直すことを通して、式の意味の理解を深めることができた。 <第8時の感想>式をすばやく立てるには、数直線にかくといい。	○「わり算」の学習では、乗法の意味との関連について理解を深めることができた。以後、積極的に数直線を用いて考えていた。 ○第4時では、「まわりの長さ」がどこを指すのかが分からず、立式できずにいた。図をかいて16×4という式を導き出した。まとめの場面では自分でノートに数直線をかき、かけ算の意味と関連付けて学習を振り返ることができた。問題場面に変化があっても、数直線に表すことでかけ算の考え方を基に立式できることに気付いていた。 ○第6時以降は、毎回数直線を用いて立式していた。 <第8時の感想>数直線をずっとつかってきた。式を正確に立てられるから。

個に応じた指導の場面で数直線を用いることで、それまで自分の力では課題に取り組むことが難しかったA児が、自ら数直線を活用し、式の意味を的確に把握し解決できるようになった。B児やC児についても、その変容から、数直線が自力解決の一つの方法として身に付き、児童自身が活用することで、学習のねらいを達成することにつながるということが明らかになった(表2)。

(2) 検証結果

① 数直線を用いることと数学的な考え方との関連性

問題場面に出てくる数を単に式に当てはめるのではなく、(1つ分の大きさ) × (いくつ分)という乗法の意味に基づいて立式することの大切さに気付く児童の姿が多く見られた。数直線を用いることが、数の関係に着目して考えるきっかけになり、学習活動を積み重ねる中で数学的な考え方が身に付いていくことが児童の変容から明らかになった。

② 「数直線指導内容系統表」の妥当性

成果の一つとして、数直線を用いることで児童が自ら乗法と除法を関連付けてとらえられたことが挙げられる。また、問題場면을既習事項である「1つ分の大きさ」に着目してとらえることにつながったことから、第3学年の乗除法の単元で数直線を指導に取り入れることは、式の意味理解を深めるために有効であったと考えられる。また、第4、5、6学年における授業観察では、「数の意味と数の表し方」での学習が、自力解決の場面での積極的な数直線の活用や、数直線に表された数の大小関係の把握、被除数と商の関係等への気付き、立式のヒントにつながっていたことから、数直線の系統的な指導を積み重ねることが、学習内容の理解を深め、数学的な考え方を身に付けるために有効であることが明らかになった。

③ 指導の工夫

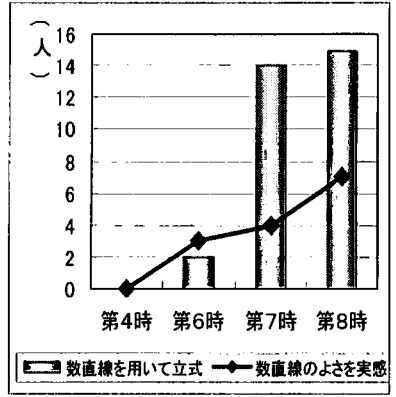
個に応じた指導の場面で、数直線を示しながら児童の考えを引き出す指導の工夫を行った(図4)。その結果、A児をはじめとする、自力解決の初めの段階で解決になかなか踏み切れずにいる児童も、数の関係に着目しながら問題場面的に把握し立式することができた。児童の学習状況に応じて数直線を用いる指導が、解決に取り組むことが難しい児童の理解を促すのに有効であることが明らかになった。また、問題場면을十分把握せずに、答えを導き出すことを急ぐ傾向が強い児童は、数直線を用いることで、自分の間違いに気付いたり、既習事項と関連付けて考えるきっかけを得たりすることができた。全体指導においては、検討場面やまとめの場面で数直線を取り上げることで、式の意味を改めて見直すことや、式の意味の理解をさらに深めることにつながることが明らかになった。その際、数直線を用いることの良いことを確認する指導を行うことが、その後の学習において児童がすすんで数直線を活用することにつながった(図5)。

**図4 指導の工夫(個に応じた指導)**

第8時  $312 \times 3$  T. 教師の発問 C. 児童の反応  
 ◇4人の児童がヒントをもらいに来た。  
 T「何がわからない？」  
 C「数が大きくなったから…」  
 T「どうしようか。」  
 C「数直線をかいてみる。」  
 <かき方を一つ一つ確認しながらかく。>  
 T「下の段には何を書く？」  
 C「「1つ分」の1。単位のところに m(メートル)と書く。」  
 C「あと、となりのとなりに3。」  
 C「3mだから。」  
 T「上の段には何を書く？」  
 C「1の上に312。1mの値段が312円だから。」  
 C「3の上は□(四角)だ。これが答えになるところ。」  
 <「矢印をかき込む。「わかった。」と最後の1人が席に戻る。>  
 ◇全員自席に戻った後、数直線を基に立式し、答えを導き出すことができた。

「1つ分の大きさの「1」である。まず初めに1を書くという数直線のかき方を思い出させる。」  
 「単位mに着目し、3が1と同じ数直線上に位置することが分かった。」  
 「1」に当たる量はどれか、問題文から見つけさせる。「1つ分の大きさ」が明らかになる。」  
 「↑の順にかけ算の式が成り立つという既習事項を活用して立式。」

図5 数直線に関する肯定的な意見と問題解決での活用(全23人)



IV 今後の課題

数直線の活用の仕方についての系統的な指導の実践を通して、算数における思考力や表現力を高める指導の効果を追究するとともに、「数直線指導内容系統表」の改善・充実を図る。